ACADEMIAS PROYECTO PIÑA

TRIGONOMETRÍA-IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

ACADEMIAS PROYECTO PIÑA

TEMA: IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

A. PITAGÓRICAS

- $sen^2\theta + cos^2\theta = 1$

De donde:
$cos^2\theta = 1 - sen^2\theta$

- $1 + tg^2\theta = sec^2\theta$

De donde:
$sec^2\theta - tg^2\theta = 1$

- $1 + cot^2\theta = csc^2\theta$

De donde: $csc^2\theta - cot^2\theta =$

B. RECÍPROCAS

- $sen\theta \; x \; csc\theta = 1$

$sen\theta = \frac{1}{csc\theta}$; $csc\theta = \frac{1}{sen\theta}$

- $cos\theta \; x \; sec\theta = 1$

$cos\theta = \frac{1}{sec\theta}$; $sec\theta = \frac{1}{cos\theta}$

- $tg\theta \; x \; cotg\theta = 1$

$tg\theta = \frac{1}{cot\theta}$; $cot\theta = \frac{1}{tg\theta}$

C. POR COCIENTE

- $Tg\theta = \frac{sen\theta}{cos\theta}$

- $Ctg\theta = \frac{cos\theta}{sen\theta}$

Somos ACADEMIAS PROYECTI PIÑA

Auxiliares:

$(*)\; tagx + cotx = secx.cscx$

$(**)sen^4x + cos^4x = 1 - 2sen^2x.cos^2x$

$(***)sen^6x + cos^6x = 1 - 3sen^2x.cos^2x$

$(****)sec^2x + csc^2x = sec^2x.csc^2x$

PROYECTO PIÑA- EJERCICIOS RESUELTOS- IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

01. El equivalente de sen^2x:

a) $1 + cos^2x$ b) $1 - cos^2x$ c) $1 + sec^2x$ d) $1 - sec^2x$

Solución:

$$Por\ identidad\ se\ tiene: sen^2x + cos^2x = 1$$

$$sen^2x = 1 - cos^2x \quad Rpta.b$$

02. El equivalente de cos^2x:

a) $1 + sen^2x$ b) $1 - sen^2x$ c) $1 + sec^2x$ d) $1 - sec^2x$

Solución:

$$Por\ identidad\ se\ tiene: sen^2x + cos^2x = 1$$

$$cos^2x = 1 - sen^2x \quad Rpta.b$$

03. Simplificar: $sen^2x(csc^2x + 1) + cos^2x(sec^2x + 1)$

a) 1   b) 2   c) 3   d) 4

Solución:

$$sen^2x(csc^2x + 1) + cos^2x(sec^2x + 1) =$$

$$sen^2x.csc^2x + sen^2x + cos^2x.sec^2x + cos^2x =$$

$$(senx.cscx)^2 + (cosx.secx)^2 + (sen^2x + cos^2x) =$$
$$1^2 + 1^2 + 1 = 3 \qquad Rpta.b$$

04. Reducir: $E = (senx + cosx)^2 + (senx - cosx)^2$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

Solución:

$$E = (senx + cosx)^2 + (senx - cosx)^2$$

De la identidad de Legendre: $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

$$E = 2(sen^2x + cos^2x)$$
$$E = 2 \qquad Rpta.b$$

05. Simplificar: $(cscx - cotx)(1 + cosx)$

a) $cosx$ b) $senx$ c) $tagx$ d) $cotgx$

Solución:

$$(cscx - cotx)(1 + cosx) =$$
$$\left(\frac{1}{senx} - \frac{cosx}{senx}\right)(1 + cosx) =$$
$$\left(\frac{1 - cosx}{senx}\right)(1 + cosx) =$$
$$\frac{1^2 - cos^2x}{senx} = \frac{sen^2x}{senx} = senx \qquad Rpta.b$$

06.Reducir: $(senx + cosx\,.ctgx).senx$

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

Solución:

$$(senx + cosx\,.ctgx).senx =$$
$$\left(senx + cosx\,.\frac{cosx}{senx}\right).senx =$$
$$\left(\frac{sen^2x + cos^2x}{senx}\right).senx = sen^2x + cos^2x = 1 \quad Rpta.b$$

07. Reducir: $(secx - cosx).cotgx$

a) $senx$ b) $cosx$ c) $tagx$ d) $ctgx$

Solución:

$$(secx - cosx).cotgx =$$
$$\left(\frac{1}{cosx} - cosx\right).\frac{cosx}{senx} = \left(\frac{1 - cos^2x}{cosx}\right).\left(\frac{cosx}{senx}\right) = \frac{sen^2x}{senx} = senx \quad Rpta.a$$

08. Reducir:

$$\frac{secx - cosx}{cscx - senx}$$

a) $cotx$ b) tag^3x c) $cotg^3x$ d) $cotgx$

Solución:

$$\frac{secx - cosx}{cscx - senx} = \frac{\frac{1}{cosx} - cosx}{\frac{1}{senx} - senx} = \frac{\frac{1 - cos^2x}{cosx}}{\frac{1 - sen^2x}{senx}} = \frac{\frac{sen^2x}{cosx}}{\frac{cos^2x}{senx}} = \frac{sen^3x}{cos^3x} = tag^3x \qquad Rpta.b$$

09. Simplificar:

$$tagx + \frac{cosx}{1 + senx}$$

a) $secx$ b) $cscx$ c) $senx$ d) $tagx$

Solución:

$$tagx + \frac{cosx}{1 + senx} = \frac{senx}{cosx} + \frac{cosx}{1 + senx} = \frac{senx + sen^2x + cos^2x}{cosx(1 + senx)} = \frac{1 + senx}{cosx(1 + senx)}$$

$$= \frac{1}{cosx} = secx \qquad Rpta.a$$

10. Reducir: $cscx(cscx + senx) - cotgx(cotgx - tagx)$

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

Solución:

$$cscx(cscx + senx) - cotgx(cotgx - tagx) =$$

$$csc^2x + senx\,.cscx - cot^2x + tagx.cotgx =$$

$$csc^2x + 1 - cot^2x + 1 = 2 + csc^2x - cot^2x = 2 + 1 = 3 \qquad Rpta.b$$

11. Efectuar: $A = tgx(1 - cot^2x) + cotx(1 - tg^2x)$

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

Solución:

$A = tgx - tgx.cot^2x + cotx - cotx.tg^2x$

$A = tgx - (tgx.cotx)cotx + cotx - (cotx.tgx).tgx$

$A = tgx - cotx + cotx - tgx$

$A = 0$ Rpta. a

12. Hallar "m" en la identidad:

$$\frac{cosec^2x - sen^2x}{(cosecx - senx)^2} = \frac{1+m}{1-m}$$

a) sen^2x b) cos^2x c) tag^2x d) cot^2x

Solución:

$$\frac{\frac{1}{sen^2x} - sen^2x}{\left(\frac{1}{senx} - senx\right)^2} = \frac{1+m}{1-m}$$

$$\frac{\frac{1-sen^4x}{sen^2x}}{\left(\frac{1-sen^2x}{senx}\right)^2} = \frac{1+m}{1-m}$$

$$\frac{1-sen^4x}{(1-sen^2x)^2} = \frac{1+m}{1-m}$$

$$\frac{(1-sen^2x)(1+sen^2x)}{(1-sen^2x)^2} = \frac{1+m}{1-m}$$

$$\frac{1+sen^2x}{1-sen^2x} = \frac{1+m}{1-m}$$

De donde se verifica: $m = sen^2x$ Rpta. a

13. Simplificar: $E = sen^6x + sen^2x - 2sen^4x - cos^4x + cos^6x$

a) -1 b) 0 c) -2 d) 1

Solución:

$$E = sen^6x + sen^2x - 2sen^4x - cos^4x + cos^6x$$

$$E = sen^6x + cos^6x - sen^4x - cos^4x - sen^4x + sen^2x$$

$$E = (sen^6x + cos^6x) - (sen^4x + cos^4x) - sen^4x + sen^2x$$

$$E = (1 - 3sen^2xcos^2x) - (1 - 2sen^2xcos^2x) + sen^2x(1 - sen^2x)$$

$$E = 1 - 3sen^2xcos^2x - 1 + 2sen^2xcos^2x + sen^2xcos^2x$$

$$E = 0 \qquad Rpta. b$$

$14. Si: senx.cosx = 0,25 . Calcular: N = \frac{senx + cosx}{senx - cosx}$

a) 1 b) 2 c) $\sqrt{5}$ d) $\sqrt{3}$

Solución:

$$Dato: senx.cosx = 0,25$$

$$Si: (senx + cosx)^2 = sen^2x + cos^2x + 2senx.cosx$$

$$(senx + cosx)^2 = 1 + 2(0,25)$$

$$senx + cosx = \sqrt{1,5}$$

$$De: (senx - cosx)^2 = sen^2x + cos^2x - 2senx.cosx$$

$$(senx - cosx)^2 = 1 - 2(0,25)$$

$$senx - cosx = \sqrt{0,5}$$

$$Reemplazo: N = \frac{senx + cosx}{senx - cosx} = \frac{\sqrt{1,5}}{\sqrt{0,5}} = \sqrt{\frac{15}{5}} = \sqrt{3}$$

Rpta. d

$15. Si: \frac{a}{secx} = \frac{b}{tagx} \quad determinar: E = secx.tagx$

a) $\frac{ab}{a^2-b^2}$ b) $\frac{ab^2}{a^2-b^2}$ c) $\frac{a^2b}{a^2-b^2}$ d) $\frac{a^2b^2}{a^2-b^2}$

Solución:

Del dato tenemos:

$$\frac{a}{secx} = \frac{b}{tagx}$$

$$\frac{tagx}{secx} = \frac{b}{a} \rightarrow tagx.cosx = \frac{b}{a}$$

$$\frac{senx}{cosx}.cosx = \frac{b}{a} \rightarrow senx = \frac{b}{a}$$

Luego el coseno es:$cos^2x = 1 - sen^2x$

$$cos^2x = 1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2$$

$$cos^2x = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

$$cos^2x = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

Nos piden: $E = secx.tagx$

$$E = \frac{1}{cosx}.\frac{senx}{cosx}$$

$$E=\frac{senx}{cos^2x}=\frac{\frac{b}{a}}{\frac{a^2-b^2}{a^2}}=\frac{a^2b}{a(a^2-b^2)}$$

$$E=\frac{ab}{a^2-b^2}$$

Rpta. a

16. $Simplifique: w=\frac{(cosx-senx)(secx+cscx)}{tagx-cotx}$

a) -1 b) 1 c) -2 d) 2

Solución:

$$w=\frac{(cosx-senx)(secx+cscx)}{tagx-cotx}=\frac{(cosx-senx)\left(\frac{1}{cosx}-\frac{1}{senx}\right)}{\frac{senx}{cosx}-\frac{cosx}{senx}}$$

$$w=\frac{-(senx-cosx)\left(\frac{senx-cosx}{senxcosx}\right)}{\frac{sen^2x-cos^2x}{senxcosx}}=-\frac{sen^2x-cos^2x}{sen^2x-cos^2x}=-1 \quad Rpta. a$$

17. $Si: tan^2y=2tan^2x+1 \quad Hallar\ el\ valor\ de: M=cos^2y+sen^2x$

a) sen^2y b) cos^2y c) $1+sen^2y$ d) $1+cos^2y$

Solución:

$$tan^2y=2tan^2x+1$$

$$1+tan^2y=2tan^2x+1+1$$

$$1+tan^2y=2(1+tan^2x)$$

$$sec^2y=2sec^2x$$

$$\frac{1}{cos^2y}=2\left(\frac{1}{cos^2x}\right)$$

$$cos^2x=2cos^2y$$

$$1-sen^2x=cos^2y+cos^2y$$

$$1-cos^2y=sen^2x+cos^2y$$

$$sen^2y=M \quad Rpta. a$$

18. $Simplificar: \frac{4-3sen^2x+2sem^4x}{1+cot^2x}+\frac{4-3cos^2x+2cos^4x}{1+tan^2x}$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

Solución:

$$\frac{4-3sen^2x+2sem^4x}{1+cot^2x}+\frac{4-3cos^2x+2cos^4x}{1+tan^2x}$$

$$=\frac{4-3sen^2x+2sem^4x}{csc^2x}+\frac{4-3cos^2x+2cos^4x}{sec^2x}=$$

$$sen^2x(4-3sen^2x+2sem^4x)+cos^2x(4-3cos^2x+2cos^4x)=$$
$$4sen^2x-3sen^4x+2sem^6x+4cos^2x-3cos^4x+2cos^6x=$$
$$4(sen^2x+cos^2x)-3(sen^4x+cos^4x)+2(sem^6x+cos^6x)=$$
$$4(1)-3(1-2sen^2xcos^2x)+2(1-3sen^2xcos^2x)=$$
$$4-3+6sen^2xcos^2x+2-6sen^2xcos^2x=3 \qquad Rpta.c$$

19. $Si: \dfrac{a}{secx}=\dfrac{b}{tagx} \quad determinar: E=secx.tagx$

a) $\frac{ab}{a^2-b^2}$ b) $\frac{ab^2}{a^2-b^2}$ c) $\frac{a^2b}{a^2-b^2}$ d) $\frac{a^2b^2}{a^2-b^2}$

Solución:

Del dato tenemos:

$$\frac{a}{secx}=\frac{b}{tagx}$$
$$\frac{tagx}{secx}=\frac{b}{a}\rightarrow tagx.cosx=\frac{b}{a}$$
$$\frac{senx}{cosx}.cosx=\frac{b}{a}\rightarrow senx=\frac{b}{a}$$

Luego el coseno es: $cos^2x=1-sen^2x$

$$cos^2x=1-\left(\frac{b}{a}\right)^2$$
$$cos^2x=1-\frac{b^2}{a^2}$$
$$cos^2x=\frac{a^2-b^2}{a^2}$$

Nos piden: $E=secx.tagx$

$$E=\frac{1}{cosx}.\frac{senx}{cosx}$$
$$E=\frac{senx}{cos^2x}=\frac{\frac{b}{a}}{\frac{a^2-b^2}{a^2}}=\frac{a^2b}{a(a^2-b^2)}$$
$$E=\frac{ab}{a^2-b^2}$$

Rpta. a

20. Eliminar "x" de:

$$1 + tgx = asecx \text{----(1)}$$
$$1 - tgx = bsecx \text{----(2)}$$

a) $a^2 + b^2 = 4$ b) $a^2 + b^2 = 2$

c) $a^2 + b^2 = 1$ d) $a^2 + b^2 = ab$

Solución:

De (1) + (2): $2 = (a+b)secx$

$$secx = \frac{2}{a+b}$$

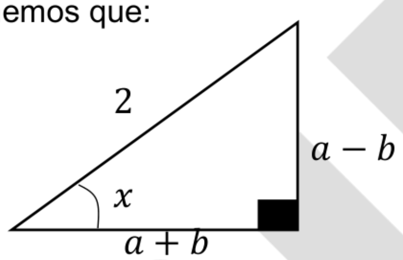
De (1)-(2): $1 + tgx - (1 - tgx) = (a-b)secx$

$$1 + tgx - 1 + tgx = (a-b).\frac{2}{a+b}$$

$$2tgx = \frac{2(a-b)}{a+b}$$

$$\therefore tgx = \frac{a-b}{a+b}$$

Tenemos que:



Por el TEOREMA DE PITÁGORAS:

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2^2$$
$$2(a^2 + b^2) = 4$$
$$\therefore a^2 + b^2 = 2 \quad Rpta. b$$

BLOQUE DE EJERCICIOS PROPUESTOS – IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

01. Expresar el equivalente de:$(senx + cosx)^2; si: senx.cosx = 1/2$

a) 1 b) 2 c) 4 d) 8

02. Dar el equivalente de: $tagx + cotx$

a) $secx\,.\,cscx$ b) $senx\,.\,cosx$ c) $cscx$ d) $cosx$

03. Reducir:

$$k = \sqrt{\frac{secx}{cosx} - \frac{tgx}{cotx} + \frac{cotx}{tgx}}$$

a) $cscx$ b) $secx$ c) $cotx$ d) tgx

04. $M=(2cos^2x-1)^2+4sen^2x.cos^2x$

a) 0 b) -2 c) -1 d) 1

05. Si:$senx=a$; $tgx=b$ .Hallar: $N=(1-a^2)(1+b^2)$

a) -1 b) 1 c) -2 d) 2

$06. Simplificar: P=\frac{1}{cosecx-cotgx}-\frac{1}{tgx}$

a) $cosecx$ b) $senx$ c) $secx$ d) $cosx$

07. Reducir: $E=1+2sec^2x.tg^2x-sec^4x-tg^4x$

a) -1 b) 0 c) 1 d) 2

$08. Simplificar\ la\ expresión: \frac{(cscx+cotx)(cscx-cotgx)}{(secx-tagx)(secx+tagx)}$

a) -1 b) 1 c) $cscx$ d) $cotx$

09. Reducir la expresión: $3(sen^4x+cos^4x)-2(sem^6x+cos^6x)$

a) 3 b) 2 c)1 d) $sen^2x.cos^2x$

$10. Simplificar: \frac{4-3sen^2x+2sem^4x}{1+cot^2x}+\frac{4-3cos^2x+2cos^4x}{1+tan^2x}$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

11. Reducir:

$$secx.cscx-ctgx+\frac{1}{secx+tagx}$$

a) $secx$ b) $cscx$ c) $ctgx$ d) $tagx$

12, Reducir: $(secx+tagx-1)(secx-tagx+1)$

a) $2tagx$ b) $2ctgx$ c) $tagx$ d) $cotx$

13. Eliminar α

$$cos\alpha-1=x$$
$$sec\alpha-1=y$$

a) $x+y=1$ b) $x+y-xy=0$

c) $x^2+y^2-xy=0$ d) $x+y+xy=0$

14. Eliminar "a"

$$sena.cosa = x - - - (1)$$
$$seca.csca = y - - - (2)$$

a) $xy = -1$ b) $xy = 1$ c) $xy = 2$ d) $xy = -2$

15. Eliminar "a"

$$sena = \sqrt{x}$$
$$tga = \sqrt{y}$$

a) $xy = y - x$ b) $xy = y + x$ c) $xy = y - 2x$ d) $xy = y + 2x$

16. $Simplificar: w = \dfrac{(cosx - senx)(secx + cscx)}{tagx - cotx} + sec^2\alpha$

a) $tag^2\alpha$ b) $ctg^2\alpha$ c) $sen^2\alpha$ d) $cos^2\alpha$

17. Simplifique la expresión:

$$E = \frac{cscx - ctgx}{cscx + ctgx} + \frac{cscx + ctgx}{cscx - ctgx} - 4ctg^2x \quad ; \quad c \in]0;\pi[$$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

18. Si: $tan^2\alpha = 2tan^2x + 1$. Halle el valor de: $y = cos^2\alpha + sen^2x$

a) $sen^2\alpha$ b) $cos^2\alpha$ c) $1 + sen^2\alpha$ d) $tan^2\alpha$

19. Elimine la variable θ a partir de:

$sec\theta + tan\theta = a$

$\sqrt{sec\theta} + \sqrt{tan\theta} = b$

a) $a^2b^4 + 1 = 2a^2b^3$ b) $a^2b^4 + 1 = a^2b^3$

c) $a^2b^4 + 1 = 3a^2b^3$ d) $a^2b^4 + 1 = 5a^2b^3$

20.Simplificar:

$$\frac{tan^2x + cot^2x - 2}{tanx + cotx - 2} - \frac{tan^2x + cot^2x + 1}{tanx + cotx + 1}$$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

PROYECTO PIÑA
El éxito inicia acá...

PROYECTO PIÑA

PRE - UNIVERSITARIA

Siempre seremos PROYECTO PIÑA