



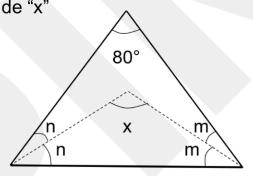
GEOMETRÍA-ÁNGULOS EN EL TRIÁNGULO

ACADEMIAS PROYECTO PIÑA

TEMA 13: ÁNGULOS EN EL TRIÁNGULO

01. Determine el valor de "x"

- a) 120°
- b) 130°
- c) 140°
- d) 150°



Solución;

El ángulo "x" es formado por dos bisectrices de ángulos interiores:

$$x = 90^{\circ} + \frac{\langle cer \rangle}{2}$$
$$x = 90^{\circ} + \frac{80^{\circ}}{2}$$
$$x = 130^{\circ} \qquad Rpta. b$$

02. Sea el triángulo ABC equilátero y sus ángulos internos: A = 3x + 30; B = 2y + 20; C = 4z + 40. Determine: x + y + z

a) 21°

b) 42°

- c) 30°
- <mark>d) 35°</mark>

Solución:

Un triángulo equilátero es aquel que tiene sus tres lados iguales y también tres ángulos iguales. Cada ángulo vale 60°.

$$3x + 30 = 60^{\circ}$$

$$3x = 60^{\circ} - 30^{\circ}$$

$$x = \frac{30^{\circ}}{3} \to x = 10^{\circ}$$

$$2y + 20 = 60^{\circ}$$

$$2y = 60^{\circ} - 20^{\circ}$$

$$y = \frac{40^{\circ}}{2} \to y = 20^{\circ}$$

$$4z + 40 = 60^{\circ}$$

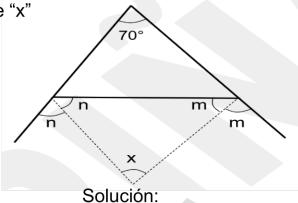
$$4z = 60^{\circ} - 40^{\circ}$$

$$z = \frac{20^{\circ}}{4} \to z = 5^{\circ}$$

$$\therefore x + y + z = 10^{\circ} + 20^{\circ} + 5^{\circ} = 35^{\circ} \quad Rpta. d$$

03. Determine el valor de "x"

- a) 52°
- b) 45°
- c) 54°
- d) 55°



"x" es el ángulo formado por dos bisectrices de ángulos exteriores de un triángulo:

$$x = 90^{\circ} - \frac{\langle cer}{2} \rightarrow x = 90^{\circ} - \frac{70}{2} = 90^{\circ} - 35^{\circ} = 55^{\circ}$$
 Rpta. d

04. El punto de intersección de las tres bisectrices interiores de un triángulo se denomina:

a) Baricentro

b) Incentro

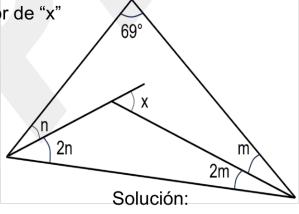
c) Excentro Solución:

d) Circuncentro

INCENTRO: Punto de intersección de las tres bisectrices interiores de un triángulo. Rpta. b

05. Determina el valor de "x"

- a) 72°
- b) 74°
- c) 76°
- d) 78°



La suma de los ángulos interiores de todo triángulo es 180°.

$$3n + 3m + 69^{\circ} = 180^{\circ}$$

 $3n + 3m = 180^{\circ} - 69^{\circ}$
 $3n + 3m = 111^{\circ}$
 $n + m = 37^{\circ}$

Por ángulo exterior de un triángulo:

$$x = 2n + 2m$$

$$x = 2(n + m)$$

$$x = 2(37^{\circ})$$

$$x = 74^{\circ} \quad Rpta. b$$

- 06. El punto de intersección de las tres medianas de un triángulo se denomina:
- a) Baricentro
- b) Circuncentro
- c) Incentro
- d) Excentro

Solución:

BARICENTRO: Es el punto de intersección de las tres medianas de un triángulo. Rpta. a

07. Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo están en la razón de 2 es a 7 ¿Cuál es el complemento de la diferencia de dichos ángulos?

a) 20°

<u>b) 40°</u>

c) 60°

d) 10°

Solución:

Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo, siempre suman 90° . Sean los ángulos agudos según problema: 2k; 7k

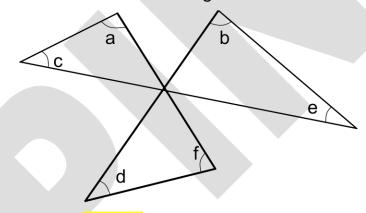
$$\therefore 2k + 7k = 90^{\circ}$$

$$9k = 90^{\circ}$$

$$k = 10^{\circ}$$

Nos piden: $C(7k - 2k) = C(5k) = C(50^{\circ}) = 90^{\circ} - 50^{\circ} = 40^{\circ}$ Rpta. b

08. Determine la suma de los ángulos mostrados:



a) 180°

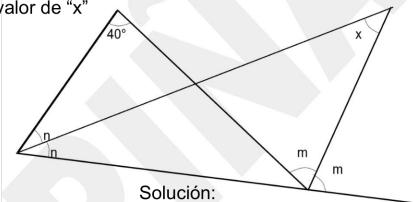
b) 360°

c) 420° Solución: d) 380°

d d d d d d

Por ángulo exterior de cada triángulo, vemos que, la suma de los ángulos pedidos forma una vuelta entera: $a + b + c + d + e + f = 360^{\circ}$ Rpta.b

- 09. Determine el valor de "x"
- a) 12°
- b) 16°
- c) 18°
- d) 20°



El ángulo "x" está formado por la intersección de una bisectriz interior y otra exterior:

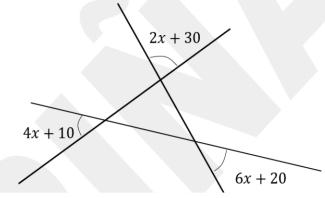
$$x = \frac{\langle cer}{2} \rightarrow x = \frac{40^{\circ}}{2} = 20^{\circ} \qquad Rpta. d$$

- 10. El punto de intersección de las mediatrices de un triángulo se denomina:
- <u>a) Mediatriz</u>
- b) Baricentro
- c) Circuncentro
- d) Incentro

Solución:

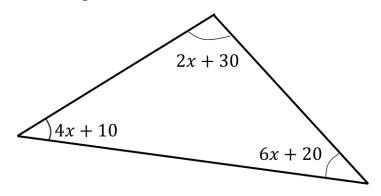
MEDIATRIZ: Punto de intersección de las tres mediatrices de un triángulo. Rpta. d

- 11. Determinar el valor de "x"
- a) 7°
- b) 9°
- c) 12°
- d) 10°



Solución:

Los ángulos opuestos por el vértice son iguales, por lo que, dichos ángulos son interiores de un triángulo:



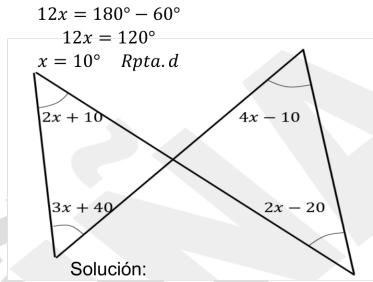
5 -ACADEMIAS PROYECTO PIÑA-

Por lo que: $(2x + 30) + (4x + 10) + (6x + 20) = 180^{\circ}$

$$12x + 60 = 180^{\circ}$$

12. Hallar el valor de "x"

- a) 60°
- b) 75°
- c) 72°
- d) 80°

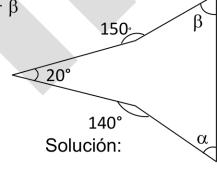


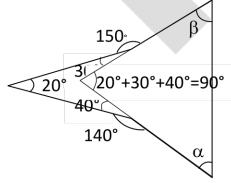
La forma de la figura se parece a una mariposa, por lo que, llamaremos LEY DE LA MARIPOSA:

$$(2x + 10) + (3x + 40) = (4x - 10) + (2x - 20)$$
$$5x + 50 = 6x - 30$$
$$50 + 30 = 6x - 5x$$
$$80 = x Rpta. d$$

13. En la figura calcular α + β

- a) 120°
- b) 90°
- c) 60°
- d) 80°





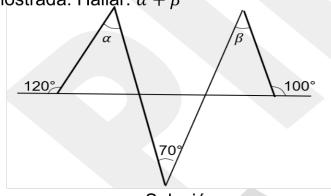
Luego:
$$\alpha + \beta + 90^{\circ} = 180^{\circ}$$

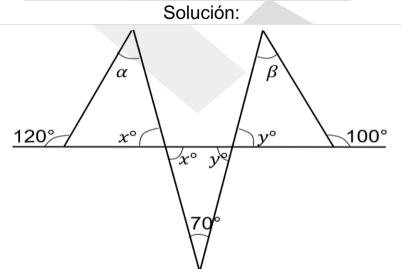
 $\alpha + \beta = 90^{\circ}$ Rpta. b

14. En la figura mostrada. Hallar: $\alpha + \beta$

- a) 100°
- b) 110°
- c) 120°
- d) 130°

a) 10°





Del gráfico:
$$x^{\circ} + y^{\circ} = 180^{\circ} - 70^{\circ}$$

$$x^{\circ} + y^{\circ} = 110^{\circ}$$
Del gráfico:
$$x + \alpha = 120^{\circ}$$

$$y + \beta = 100^{\circ}$$

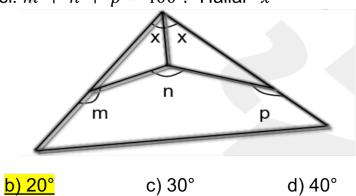
$$x + y + \alpha + \beta = 220^{\circ}$$

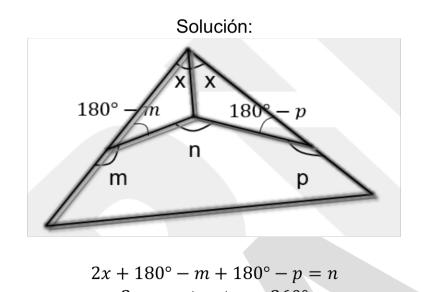
$$110^{\circ} + \alpha + \beta = 220^{\circ}$$

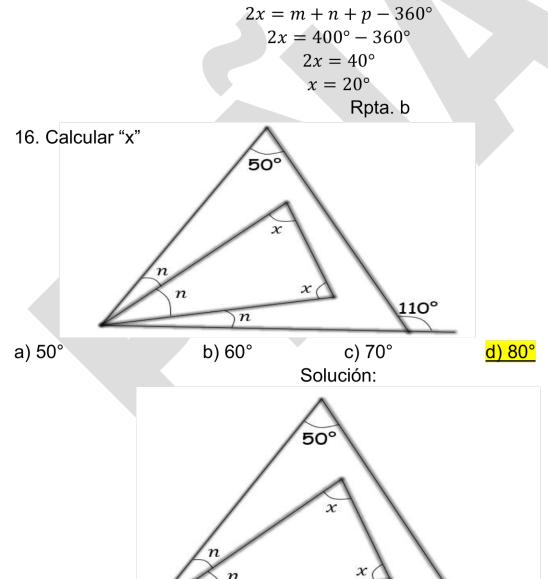
$$\alpha + \beta = 220^{\circ} - 110^{\circ}$$

$$\alpha + \beta = 110^{\circ} \ Rpta. \ b$$

15. En la figura, si: $m + n + p = 400^{\circ}$. Hallar "x"







Del gráfico:

8 -ACADEMIAS PROYECTO PIÑA-

 $20^{\circ} + x^{\circ} + x^{\circ} = 180^{\circ}$

n

110°

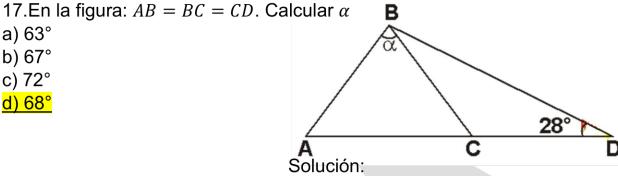
$$2x^{\circ} = 180^{\circ} - 20^{\circ}$$
$$2x^{\circ} = 160^{\circ}$$
$$x^{\circ} = 80^{\circ} \quad Rpta. d$$

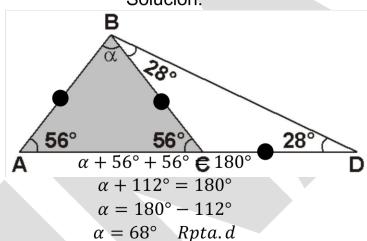
a) 63°

b) 67°

c) 72°

d) 68°





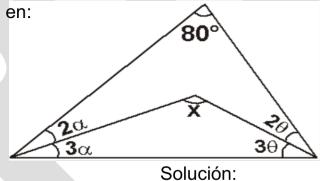
18. Calcular "x" en:

a) 100°

b) 120°

c) 130°

d) 140°



Por suma de ángulos interiores: $5\alpha + 5\theta + 80^{\circ} = 180^{\circ}$

$$5\alpha + 5\theta = 100^{\circ}$$

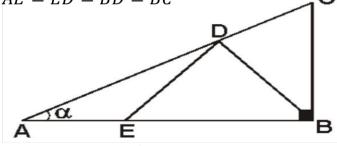
 $\alpha + \theta = 20^{\circ}$

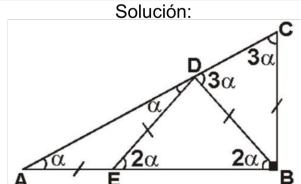
Por suma de ángulos interiores en un triángulo: $3\alpha + 3\theta + x = 180^{\circ}$

$$3(\alpha + \theta) + x = 180^{\circ}$$

 $3(20^{\circ}) + x = 180^{\circ}$
 $x = 180^{\circ} - 60^{\circ}$
 $x = 120^{\circ}$ Rpta. b

- 19. Calcular α ; Si: AE = ED = BD = BC
- a) 21,5°
- b) 22°
- c) 22,5°
- d) 22,8°



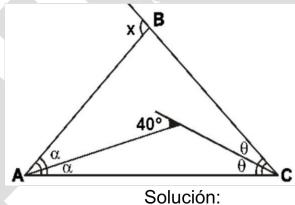


En el triángulo ABC, por suma de ángulos agudos interiores del triángulo rectángulo ABC: $\alpha + 3\alpha = 90^{\circ}$

$$4\alpha = 90^{\circ}$$

 $\alpha = 22.5^{\circ}$ Rpta. c

- 20. Calcular "x"
- a) 40°
- b) 50°
- c) 70°
- d) 80°



Por ángulo exterior: $\alpha + \theta = 40^{\circ}$

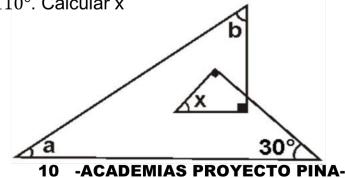
Por ángulo exterior $\triangle ABC$: $2\alpha + 2\beta = x$

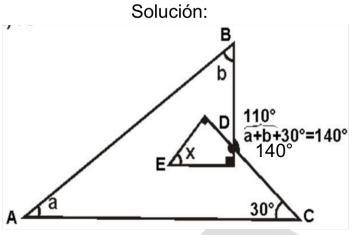
$$2(\alpha + \beta) = x$$

De donde: $x = 2(40^{\circ})$

Rpta.d $x = 80^{\circ}$

- 21. Si: $a + b = 110^{\circ}$. Calcular x
- a) 20°
- b) 40°
- c) 30°
- d) 80°

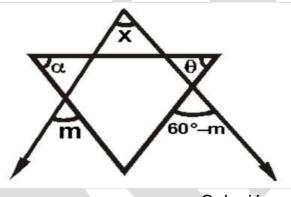




Del cuadrilátero tenemos: $x + 90^{\circ} + 90^{\circ} + 140^{\circ} = 360^{\circ}$ $x = 360^{\circ} - 320^{\circ}$ $x = 40^{\circ}$ Rpta. b

22. Según el gráfico. Calcular "x" Además: $\alpha + \theta = 140^{\circ}$

- a) 10°
- b) 20°
- c) 30°
- d) 40°



Solución:

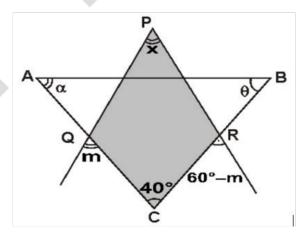
Si: $\alpha + \theta = 140^{\circ}$; entonces por suma de águlos interiores del triángulo ABC: C = 40°

Por propiedad:

$$x + 40 = m + 60 - m$$

$$x = 60 - 40$$

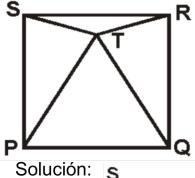
$$x = 20^{\circ}$$
 Rpta.b



23. En la figura, PSRQ es un cuadrado y PQT es un triángulo equilátero,

el ángulo STR es:

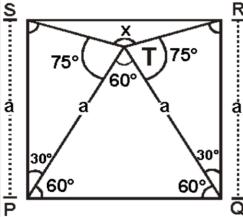
- a) 120°
- b) 150°
- c) 160°
- d) 165°



Del gráfico: $x + 75^{\circ} + 60^{\circ} + 75^{\circ} = 360^{\circ}$

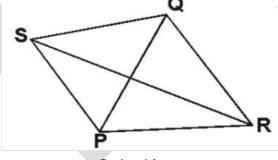
$$x=360^{\circ}-210^{\circ}$$

$$x = 150^{\circ}$$
 Rpta. b



24. El triángulo PQR es equilátero y QR=PS. Calcular m < QSR

- a) 30°
- b) 31°
- c) 33°
- d) 35°



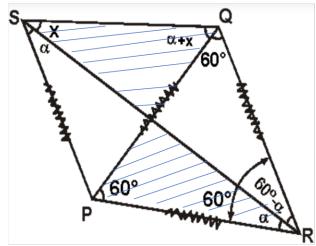
Solución:

Por propiedad:

$$x + \alpha + x = 60 + \alpha$$

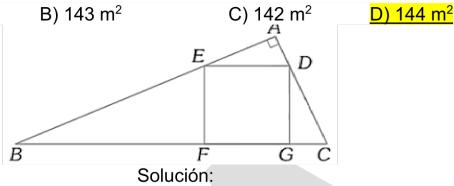
$$2x = 60$$

$$x = 30^{\circ} Rpta.a$$



25. En la figura, BAC es un triángulo rectángulo recto en A y DEFG es un cuadrado inscrito en el triángulo. Si BF=16 m y GC=9 m, halle el área del cuadrado.

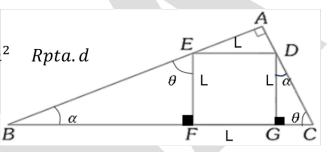
A) 145 m²



El área del cuadrado es: L²

Por semejanza de triángulos:

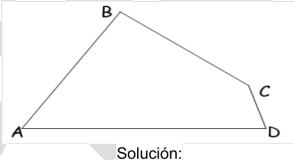
$$\frac{L}{9} = \frac{16}{L} \rightarrow L^2 = 144 \rightarrow A = 144m^2$$

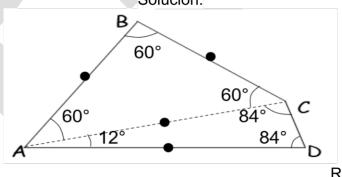


26. En la figura, $AB = BC = AD \ además \ \angle A = 72^{\circ} \ y \ \angle B = 60^{\circ}$. Calcula la medida del ángulo D.

A) 84°

- B) 72°
- C) 78°
- D) 66°





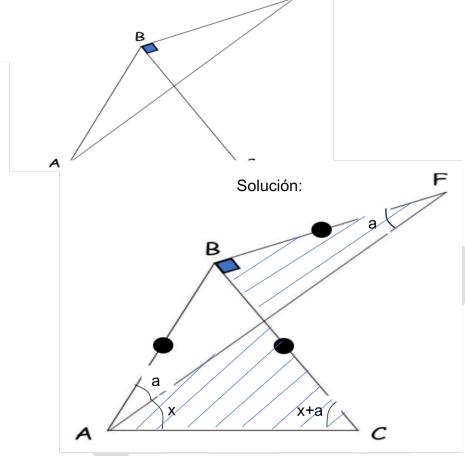
27. En la figura, AB = BC = BF. Calcula la medida del ángulo FAC.



B) 50°

C) 55°

D) 60°



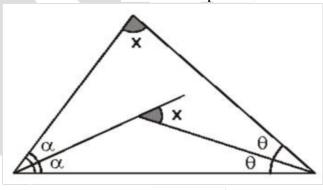
Por propiedad: x + x + a = 90 + a

$$2x = 90^{\circ}$$

$$x = 45^{\circ} Rpta.a$$

28. Calcular "x"

- a) 40°
- b) 60°
- c) 70°
- d) 50°



Por ángulo exterior: $\alpha + \theta = x$

Por suma de ángulos interiores en un triángulo: $2\alpha + 2\theta + x = 180^{\circ}$

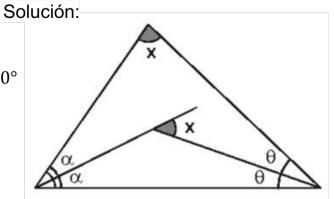
$$2(\alpha + \theta) + x = 180^{\circ}$$

$$2x + x = 180^{\circ}$$

$$3x = 180^{\circ}$$

$$x = 60^{\circ}$$

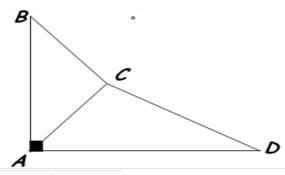
Rpta. b



29. Hallar
$$m < ADC$$
 Si: $\overline{AB} = \overline{CD}$

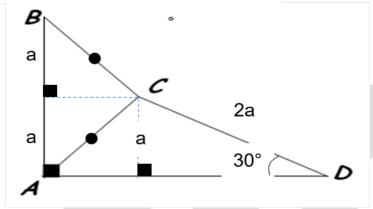
$$\overline{BC} = \overline{AC}$$

- a) 15°
- b) 12°
- c) 24°
- d) 30°



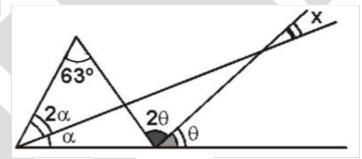
У

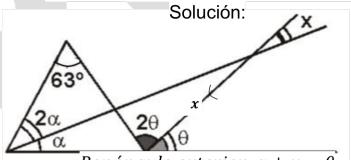
Solución:



30. Determinar "x"

- a) 20°
- b) 21°
- c) 22°
- d) 23°





Por ángulo exterior:
$$\alpha + x = \theta$$

$$x = \theta - \alpha$$

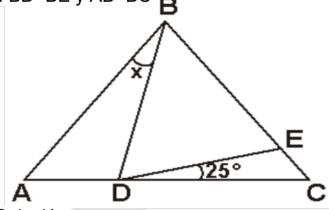
Por ángulo exterior: $3\alpha + 63^{\circ} = 3\theta$ sacamos tercia: $\alpha + 21 = \theta$

$$21 = \theta - \alpha$$

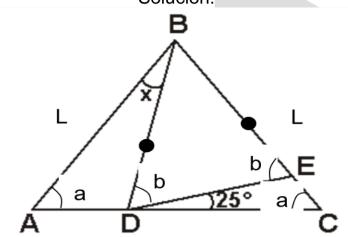
$$21 = x$$
 $Rpta.b$

31. Según el gráfico, calcular "x" Si: BD=BE y AB=BC

- a) 27°
- b) 36°
- c) 43°
- <mark>d) 50°</mark>



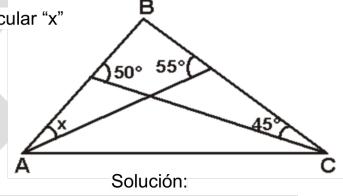
Solución:

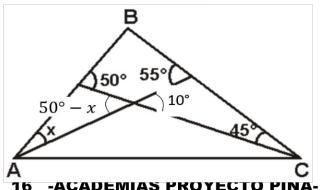


$$de\ 1: a + 25 = b \rightarrow -a - 25 = -b$$
 $de\ 2: a + x = b + 25$
Sumando (1) y (2): $-a - 25 + a + x = -b + b + 25$
 $x - 25 = 25 \rightarrow x = 25 + 25 \rightarrow x = 50^{\circ}$ $Rpta.\ d$

32. En el gráfico. Calcular "x"

- a) 10°
- b) 20°
- c) 30°
- <mark>d) 40°</mark>



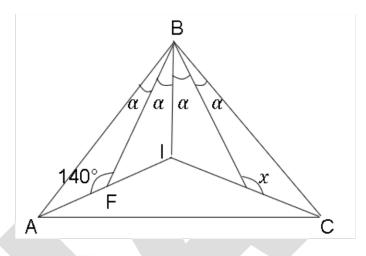


$$50 - x = 10$$

$$50 - 10 = x$$

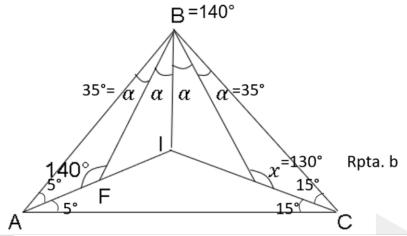
$$de \ donde: x = 40^{\circ} \quad Rpta. \ b$$

- 33. Hallar "x". Si: I=incentro del triángulo ABC. $m < ABC = 140^{\circ}$
- a) 100°
- b) 110°
- c) 130°
- d) 120°

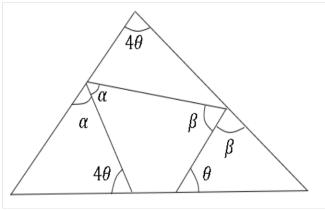


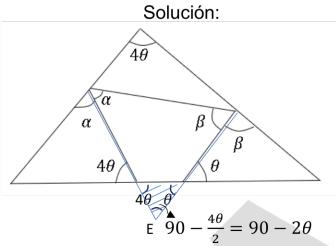
Solución:

l=Incentro es el punto de intersección de las bisectrices interiores de un triángulo, entonces: Al; Bl y Cl son bisectrices interiores. Dato: $\ll ABC = B = 140^{\circ}$



- 34. Según el gráfico. Hallar el valor de θ
- a) 10°
- b) 20°
- <u>c) 30°</u>
- d) 40°





En el triángulo sombreado: $4\theta + \theta + 90 - 2\theta = 180^{\circ} \rightarrow \theta = 30^{\circ}$ Rpta. c

Nota: E= Excentro: punto de intersección de 2 bisectrices exteriores de un triángulo. Angulo formado por 2 bisectrices exteriores: $90 - \frac{< cer}{2}$

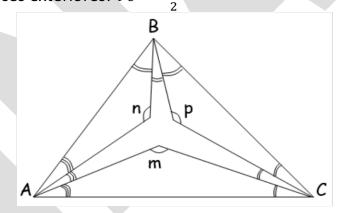
35. Calcular: m + n + p

a) 400°

b) 420°

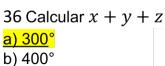
c) 450°

d) 460°

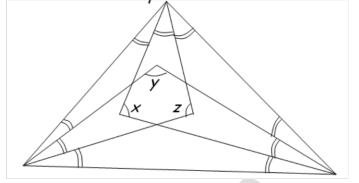


Solución:

De donde: $m + n + p = 140^{\circ} + 140^{\circ} + 140^{\circ} = 420^{\circ}$ Rpta. b

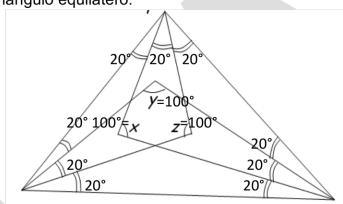


c) 500° d) 600°



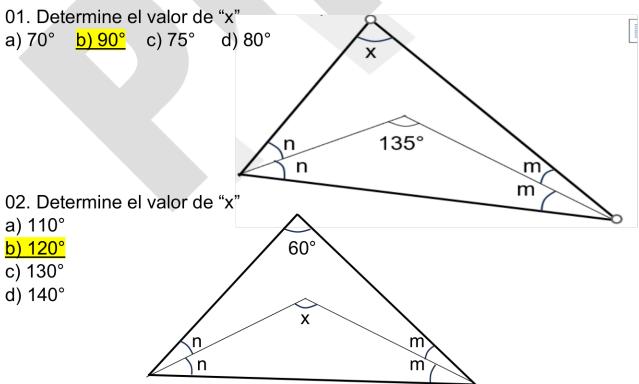
Solución:

Suponemos que es un triángulo equilátero:

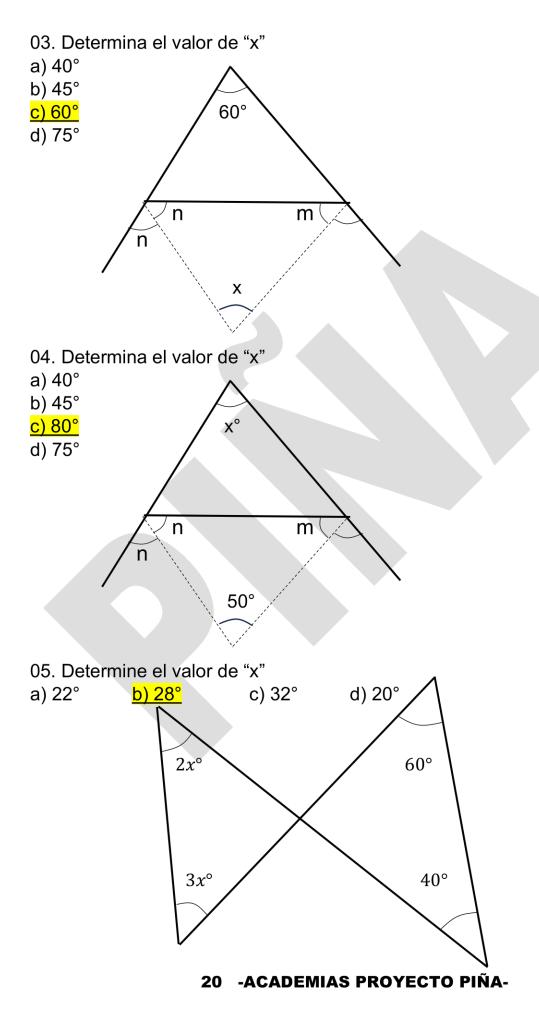


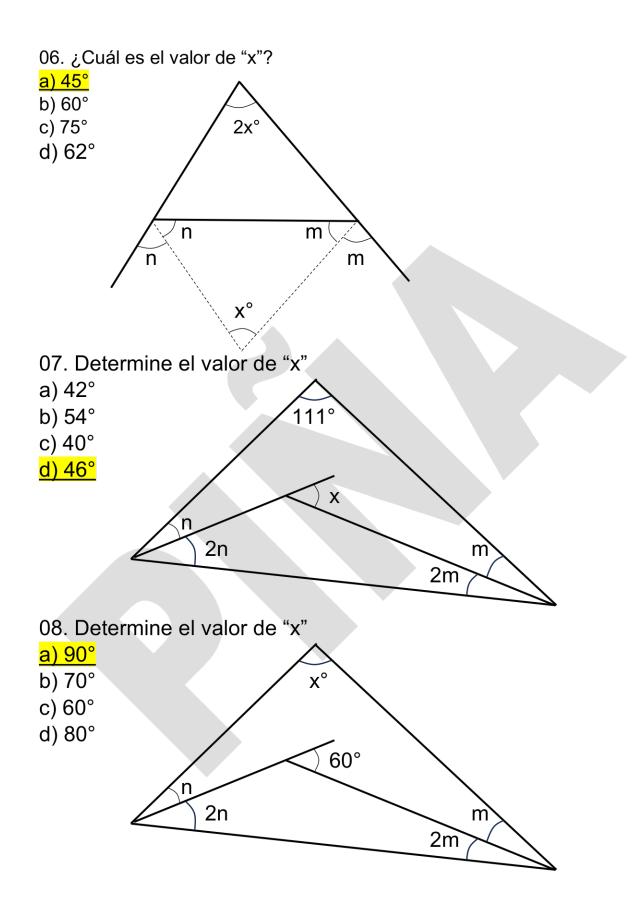
Se tiene que: $x + y + z = 100^{\circ} + 100^{\circ} + 100^{\circ} = 300^{\circ}$ Rpta. a

ACADEMIAS PROYECTO PIÑA- TRIÁNGULOS- EJERCICIOS PROPUESTOS

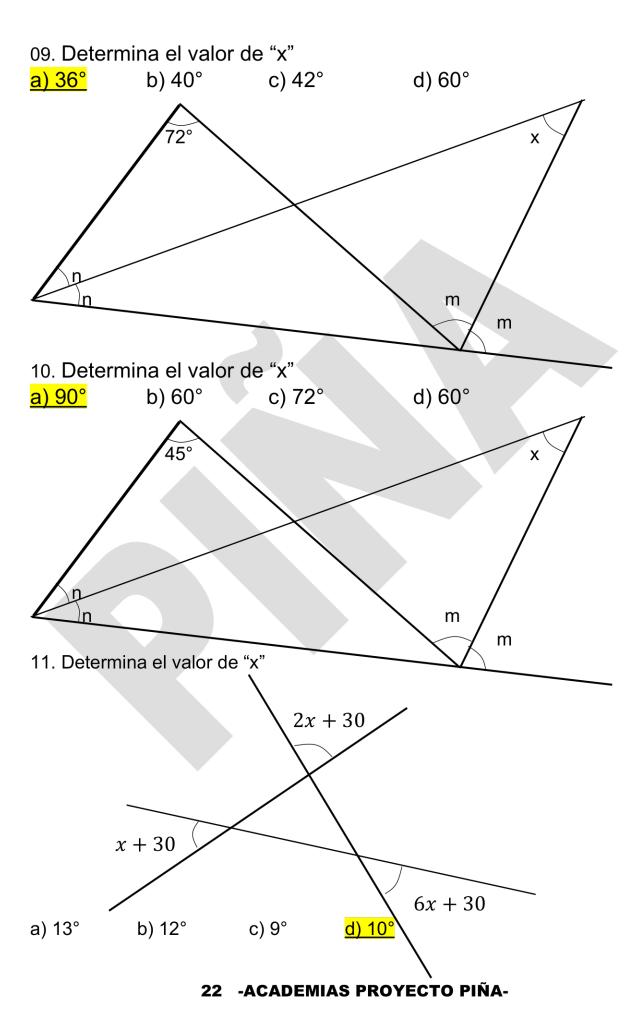


19 -ACADEMIAS PROYECTO PIÑA-



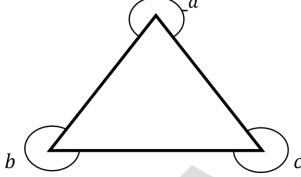


21 -ACADEMIAS PROYECTO PIÑA-



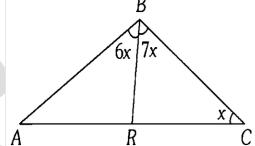
12. Determine el valor de: a + b + c

- a) 900°
- b) 700°
- c) 600°
- d) 800°



13. En la figura siguiente: $\overline{AB} = \overline{RC}$. Determine el valor de "x"

- a) 14°
- b) 12°
- c) 16°
- d) 8°



14. Determine el número de triángulos escalenos de perímetro menor que 10 y cuyos laos tengan medidas enteras.

<u>a) 1</u>

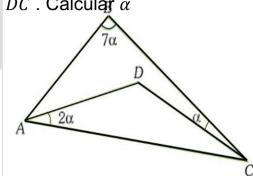
b) 2

c) 3

d) 4

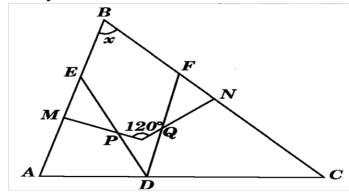
15. En el gráfico $\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{DC}$. Calcular α

- a) 7°
- b) 9°
- c) 12°
- <u>d) 10°</u>



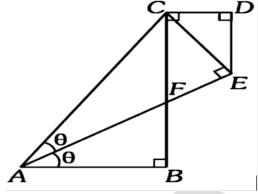
16. Si ME=MP; FN=NQ; AE=ED y FD=FC. Calcular "x"

- a) 20°
- b) 30°
- <u>c) 40°</u>
- d) 50°



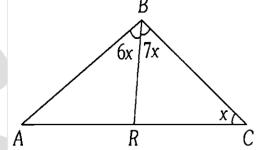
17. En la figura, BF=3 y ED=4. Calcule el valor del segmento CF.

- a) 7
- b) 6
- c) 4
- d) 5



18. En la figura siguiente: $\overline{AB} = \overline{RC}$. Determine el valor de "x"

- a) 14°
- b) 12°
- c) 16°
- d) 8°



19. Determine el número de triángulos escalenos de perímetro menor que 10 y cuyos lados tengan medidas enteras.

a) 1

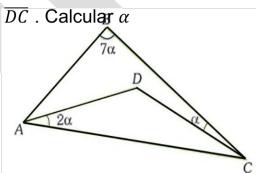
b) 2

c) 3

d) 4

20. En el gráfico $\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{DC}$. Calcular α

- a) 7°
- b) 9°
- c) 12°
- <u>d) 10°</u>



Siempre seremos PROYECTO PIÑA

EL LIBRO COMPLETO LO PUEDES ADQUIRIR EN SEDES PROYECTO PIÑA- WhatsApp

900894461