



PROYECTO PIÑA

PRE - UNIVERSITARIA

MATEMÁTICA

TEMA: POLINOMIOS

ACADEMIAS PROYECTO PIÑA

TEMA: POLINOMIOS

01. Sea el siguiente polinomio:

$$P(x, y; z) = 2x^2y^3z^7 - 12x^4y^5z^6 + xyz^9 + 2$$

Determine: $GR(x) + GR(y) - GR(z)$

a) -1

b) 0

c) -2

d) 2

Solución:

GR=grado relativo de una variable y es el mayor exponente de esa variable.

Según el problema: $GR(x) = 4$; $GR(y) = 5$; $GR(z) = 9$

Tenemos: $GR(x) + GR(y) - GR(z) = 4 + 5 - 9 = 0$ Rpta. b

02. Sea el siguiente polinomio:

$$P(x, y; z) = 3x^2y^3z^7 + 12x^4y^5z^6 + 6xyz^9 + 2x^4yz^9 + 16$$

¿Cuál es el grado absoluto del polinomio?

a) 12

b) 15

c) 16

d) 18

Solución:

Se obtiene primero los grados de cada monomio, sumando los exponentes de las variables (El término independiente tiene grado cero):

$$P(x, y; z) = 3x^2y^3z^7 + 12x^4y^5z^6 + 6x^1y^1z^9 + 2x^4y^1z^9 + 16$$

12 15 11 14 0

El mayor grado es 15. Por lo que, el GA=15

Rpta. b

03. Se tiene el siguiente polinomio:

$$P(x; y; z) = 12x^{1+a}y^2z^4 - 3x^{2+a}y^2z^2 + 6x^{3+a}y^2z^6$$

Si el grado absoluto es 12 ¿Cuál es el grado relativo de "x"?

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

Solución:

Determinamos el GRADO ABSOLUTO sumando los exponentes de las variables de cada parte literal:

$$P(x; y; z) = 12x^{1+a}y^2z^4 - 3x^{2+a}y^2z^2 + 6x^{3+a}y^2z^6$$

7 + a 6 + a 11 + a

Por lo que: $GA = 12 \rightarrow 11 + a = 12 \rightarrow a = 1$ Rpta. a

04. ¿Cuál de las siguientes alternativas si es un polinomio?

a) $2x^{1/2} - 3x^4 + 4x^{-2} + 16x - 2$

b) $12x^5 + 3x^4 + 4x^4 + 16x - 2$

c) $2x^{1/2} - 3x^{-1/2} + 4x^{-2} + 16x - 2$

d) $6x^{-3/2} - 13x^{-4} + 4x^{-2} + 16x - 2$

Solución:

Un polinomio, por definición, solo puede tener exponentes enteros no negativos (0, 1, 2, 3, etc.). No puede tener exponentes fraccionarios (como 1/2, -3/2; ...) ni exponentes negativos (como -1; -2; -3; ...).

Por lo que, cumple con las condiciones de ser polinomio, la alternativa "b".

05. ¿Cuál de las siguientes alternativas representa un polinomio que es la ecuación de una parábola?

a) $y = ax^2 + bx + c$

b) $y = ax + b$

c) $y = ax^3 + bx + c$

d) $y = ax^4 + bx^2 + c$

Solución:

La ecuación de una parábola, es una expresión de segundo grado. Por lo que, la respuesta es la alternativa "a".

06. Si el siguiente polinomio es homogéneo ¿Cuál es el valor de " $a + b$ "?

$$P(x; y; z) = 12x^2y^{12}z^6 - 3x^{a+2}y^3z^4 + 6x^{b+4}y^4z^4$$

a) 18

b) 19

c) 21

d) 22

Solución:

Si el polinomio es homogéneo, el grado de los monomios que lo conforman, son iguales.

$$P(x; y; z) = \underbrace{12x^2y^{12}z^6}_{20} - \underbrace{3x^{a+2}y^3z^4}_{a+9=20} + \underbrace{6x^{b+4}y^4z^4}_{b+12=20}$$

De donde: $a = 11$; $b = 8$ $Rpta. a + b = 11 + 8 = 19$ $Rpta. b$

07. El siguiente polinomio es completo y ordenado de manera decreciente ¿Cuál es el valor de " a "?

$$P(x) = 12x^{4+e} - x^{d-e} + x^{c-d} - 2x^{b-c} + 4x + 6x^{a-b}$$

a) 4

b) 6

c) 9

d) 10

Solución:

Si el polinomio es completo y ordenado, si tiene 6 sumandos es de grado 5. Es completo y ordenado, de modo decreciente:

$$P(x) = 12x^{4+e=5} - x^{d-e=4} + x^{c-d=3} - 2x^{b-c=2} + 4x^1 + 6x^{a-b=0}$$

De donde: $\therefore 4 + e = 5 \rightarrow e = 1$; $d - 1 = 4 \rightarrow d = 5$

$\therefore c - d = 3 \rightarrow c - 5 = 3 \rightarrow c = 8$

$$\begin{aligned}\therefore b - c = 2 &\rightarrow b - 8 = 2 \rightarrow b = 10 \\ \therefore a - b = 0 &\rightarrow a - 10 = 0 \rightarrow a = 10 \quad \text{Rpta. d}\end{aligned}$$

08. El siguiente polinomio es idénticamente cero

¿Cuál es el valor de " $a + b - c$ "?

$$(a - 1)x(x + 3) + b(x - c) + 12 \equiv 0$$

a) 9

b) 12

c) 13

d) 15

Solución:

$$\begin{aligned}(a - 1)x(x + 3) + ax + b(x - c) + 12 &\equiv 0 \\ (a - 1)x^2 + 3(a - 1)x + ax + bx - bc + 12 &\equiv 0 \\ (a - 1)x^2 + (3a - 3 + a + b)x + 12 - bc &\equiv 0 \\ (a - 1)x^2 + (4a + b - 3)x + 12 - bc &\equiv 0\end{aligned}$$

Si es idénticamente nulo, los coeficientes de las variables son cero, incluyendo el término independiente:

$$\begin{aligned}\therefore a - 1 = 0 &\rightarrow a = 1 \\ \therefore 4a + b - 3 = 0 &\rightarrow 4(1) + b - 3 = 0 \rightarrow b + 1 = 0 \rightarrow b = -1 \\ \therefore 12 - bc = 0 &\rightarrow 12 - (-1)c = 0 \rightarrow 12 + c = 0 \rightarrow c = -12\end{aligned}$$

$$\text{Rpta. } a + b - c = 1 - 1 - (-12) = 12 \quad \text{Rpta. b}$$

09. Si los polinomios A y B, son idénticos:

$$A = (ax - 2)x + b(x - 4) + 12 \quad \text{y} \quad B = 2(x - 2)x + 6(x - 3)x + 2 - c$$

Determine: $a + b - c$

a) 72

b) 78

c) 75

d) 80

Solución:

$$\begin{aligned}(ax - 2)x + b(x - 4) + 12 &\equiv 2(x - 2)x + 6(x - 3)x + 2 - c \\ ax^2 - 2x + bx - 4b + 12 &\equiv 2x^2 - 4x + 6x^2 - 18x + 2 - c \\ ax^2 + (b - 2)x + 12 - 4b &\equiv 8x^2 - 22x + 2 - c\end{aligned}$$

$$\text{De donde: } \therefore a = 8 \quad \therefore b - 2 = -22 \rightarrow b = -20$$

$$\therefore 12 - 4b = 2 - c \rightarrow 12 - 4(-20) = 2 - c \rightarrow c = -90$$

$$\text{Por lo que: } a + b - c = 8 - 20 - (-90) = 78 \quad \text{Rpta. b}$$

10. Sea el siguiente polinomio: $P(x; y) = abx^4y^b + bx^5y^b + b^2x^6y^b$

Si $GA=12$ y $a = 2b$. Determina la suma de coeficientes:

a) 114

b) 116

c) 118

d) 122

Solución:

$$P(x; y) = abx^4y^b + bx^5y^b + b^2x^6y^b$$

$$\text{Grados de los monomios: } 4+b \quad 5+b \quad 6+b$$

$$\text{Por lo tanto: } GA=12 \rightarrow 6 + b = 12 \quad \text{De donde: } b = 6$$

$$\text{Por dato: } a = 2b \rightarrow a = 2(6) = 12$$

La suma de coeficientes es:

$$ab + b + b^2 = (12)(6) + 6 + 6^2 = 114 \quad \text{Rpta. a}$$

11. Hallar la suma de los coeficientes si el polinomio es homogéneo:

$$P(x; y) = ax^{a^b} + bx^{\sqrt[3]{a^{a-b}}}y^{12} + \frac{a}{b}x^3y^{13} + \frac{b^2}{a}y^{b^a}$$

a) 9

b) 12

c) 71

d) 16

Solución:

Si el polinomio es homogéneo, la suma de los grados de los monomios que lo conforman son iguales:

$$a^b = \sqrt[3]{a^{a-b}} + 12 = 3 + 13 = b^a$$

$$\text{De donde: } a^b = b^a = 16 \rightarrow a = 4; b = 2$$

Luego, la suma de coeficientes, es:

$$a + b + \frac{a}{b} + \frac{b^2}{a} = 4 + 2 + \frac{4}{2} + \frac{2^2}{4} = 9$$

Rpta. a

12. Con respecto al siguiente monomio:

$$M(x) = \sqrt[3]{\frac{x^{n-1}\sqrt{x^n}}{\sqrt[6]{x^{5n-4}}}}$$

Calcular el valor de "n" para que sea de primer grado.

a) 2

b) 5

c) 7

d) 9

Solución:

$$M(x) = \frac{x^{\frac{n-1}{3}} \cdot x^{\frac{n}{6}}}{x^{\frac{5n-4}{18}}} = x^{\frac{n-1}{3} + \frac{n}{6} - \frac{5n-4}{18}}$$

Si es de primer grado, cumple:

$$\frac{n-1}{3} + \frac{n}{6} - \frac{5n-4}{18} = 1$$

$$\text{mcm}=18$$

$$6(n-1) + 3n - (5n-4) = 18$$

$$6n - 6 + 3n - 5n + 4 = 18$$

$$4n - 2 = 18$$

$$4n = 20 \rightarrow n = 5 \quad \text{Rpta. b}$$

13. Sea el polinomio:

$$M(x; y) = 4x^{2a-6}y^5 - 5x^{a+2}y^{a-4} + 6x^{a-5}y^{a-7} + 2x^{9-a}$$

Determina el grado absoluto máximo que puede asumir el polinomio $M(x; y)$

a) 15

b) 16

c) 17

d) 18

Solución:

Los exponentes de un polinomio deben ser siempre números enteros positivos, por lo que:

$$9 - a > 0$$

$$9 > a \rightarrow a \text{ entero máximo} = 8$$

Por lo que el polinomio queda definido como:

$$M(x; y) = 4x^{2a-6}y^5 - 5x^{a+2}y^{a-4} + 6x^{a-5}y^{a-7} + 2x^{9-a}$$

$$M(x; y) = 4x^{2(8)-6}y^5 - 5x^{8+2}y^{8-4} + 6x^{8-5}y^{8-7} + 2x^{9-8}$$

$$M(x; y) = 4x^{10}y^5 - 5x^{10}y^4 + 6x^3y^1 + 2x^1$$

↓
15

↓
14

↓
4

↓
1

El GA máximo es: 15

Rpta. a

14. Si: $a(x + b) + b(x + a) \equiv 26 + x$. Hallar el valor de:

$$R = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

a) 12

b) 13

c) 1/12

d) 1/13

Solución:

$$a(x + b) + b(x + a) \equiv 26 + x$$

$$ax + ab + bx + ab \equiv x + 26$$

$$(a + b)x + 2(ab) \equiv x + 26$$

De donde: $a + b = 1$

Y también: $2ab = 26 \rightarrow ab = 13$

Nos piden:

$$R = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a + b}{ab} = \frac{1}{13}$$

Rpta. d

15. Calcula $F(0,6)$ en: $F(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + \infty$

a) 2,5

b) 1,5

c) 3.2

d) 2,6

Solución:

$$F(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + \infty$$

$$F(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + \dots + \infty$$

$$F(x) = 1 + x(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + \infty)$$

$$F(x) = 1 + x(F(x))$$

$$F(x) - x(F(x)) = 1$$

$$\begin{aligned}
 F(x)[1-x] &= 1 \\
 F(x) &= \frac{1}{1-x} \\
 F(0,6) &= \frac{1}{1-0,6} \\
 F(0,6) &= \frac{1}{0,4} \\
 F(0,6) &= \frac{10}{4} \\
 F(0,6) &= 2,5 \quad \text{Rpta. a}
 \end{aligned}$$

16. Se tiene el siguiente polinomio Mónico:

$$P(x) = (a-5)x^{a+12} - (a+6)x^{a+6} - 2ax^{a+2} + 4a$$

Determine la suma de los coeficientes con el grado relativo de x y el grado absoluto del polinomio.

- a) 36 b) 33 c) 34 **d) 37**

Solución:

Se denomina polinomio Mónico a aquel polinomio cuyo coeficiente de la variable de mayor grado es 1. Por inspección, el coeficiente y la variable de mayor grado es: $(a-5)x^{a+12}$

De donde: $a-5 = 1 \rightarrow a = 1+5 \rightarrow a = 6$

$$P(x) = (6-5)x^{6+12} - (6+6)x^{6+6} - 2(6)x^{6+2} + 4(6)$$

$$P(x) = 1x^{18} - 12x^{12} - 12x^8 + 24$$

La suma de coeficientes es: $1 - 12 - 12 + 24 = 1$

El grado relativo de x es: 18

El grado absoluto es: 18

Nos piden: $1 + 18 + 18 = 37$ Rpta. d

17. Si el polinomio: $P(x) = 0,5x^3 - 6x^2 + 0,75x - 0,2$ es opuesto al polinomio que se muestra $Q(x) = Ax^3 + (B-4)x^2 + (C-0,5)x + (D-0,2)$

Entonces el valor de: $(A+C+D)x B^2$, es:

- a) -27 b) -30 c) -33 **d) -35**

Solución:

Dos polinomios son opuestos si, al sumarlos, el resultado es el polinomio cero (todos sus coeficientes son cero). Esto significa que cada término del primer polinomio debe tener su término opuesto en el segundo polinomio.

$$P(x) = -Q(x)$$

$$P(x) = -Ax^3 - (B-4)x^2 - (C-0,5)x - (D-0,2)$$

$$P(x) = -Ax^3 + (4-B)x^2 + (0,5-C)x + (0,2-D)$$

$$\therefore -A = 0,5 \rightarrow A = -0,5$$

$$\therefore 4 - B = -6 \rightarrow B = 10$$

$$\therefore 0,5 - C = 0,75 \rightarrow C = -0,25$$

$$\therefore 0,2 - D = -0,2 \rightarrow D = 0,4$$

Nos piden: $(A + C + D)x B^2 = (-0,5 - 0,25 + 0,4)x(10)^2 = -35$ Rpta. d

ACADEMIAS PROYECTO PIÑA

PROBLEMAS PROPUESTOS - POLINOMIOS

01. Calcular el valor de a^b , en el polinomio homogéneo:

$$Q(x; y) = x^{b^2+1} + 5x^{b+2}y^{b-1} - 9y^{7-a}$$

- a) 3 b) 8 c) 7 **d) 4**

02. Calcular "mn", si el polinomio:

$$P(x; y) = 4x^{m+1}y^{n-2} + 6x^{m+2}y^{n-2} - x^{m+3}y^{n-2}$$

Es tal que: $GR(y) = 8$; $GA = 20$

- a) 75 b) 80 c) 82 **d) 90**

03. El siguiente polinomio es homogéneo:

$$P(x; y; z) = 2x^{a+1}y^{a-1}z^2 + 3x^{2b+1}z^{4b-1} + 5x^2y^4z^6$$

Hallar: $\sqrt[3]{a + b + 1}$

- a) 1 **b) 2** c) 3 d) 4

04. Dado el polinomio idénticamente nulo:

$$P(x; y) = (abc + 16)x^a y^{-b} - (bc + a)x^{-b} y^c + (b + c)x^a y^c$$

Entonces, el grado de la expresión: $M(x) = abc x^{a+c-b}$; es:

- a) 16 b) 12 c) 10 **d) 8**

05. El polinomio $P(x; y)$ es completo, homogéneo y ordenado en forma decreciente respecto a "x", y en forma creciente respecto a "y". Determina el valor de " $a + b$ "

$$P(x; y) = x^{a+1}y^{b+2} + x^a y^{b+3} - 5x^{a-1}y^{b+4} - 7x^{a-2}y^{b+5}$$

- a) 0** b) 1 c) 2 d) 3

06. Hallar el valor de " $m - n$ " si el polinomio:

$$P(x; y) = 2x^{2m-5}y^{4n} + 3x^{2m-4}y^3 + x^4y^9$$

Es homogéneo.

- a) 4 b) 3 c) 5 **d) 6**

07. Dado el siguiente polinomio idénticamente nulo:

$$Q(x) = b(x^2 + x) - 2ax^2 - 3cx + c - a + 1$$

Calcular el valor de $ac - b$

- a) -1 **b) 0** c) 1 d) 2

08. Calcular la suma de coeficientes del polinomio:

$$P(x; y) = ax^{n^5+7}y^{2n^2+3} + bx^{2n^2+17}y^{25} + x^ay^b$$

Sabiendo que es homogéneo:

- a) 50 **b) 51** c) 52 d) 54

09. Si se cumple la siguiente identidad: $2x + 27 \equiv m(x + 3) - n(x - 4)$

Hallar los valores de m y n:

- a) $m = 5; n = 3$** b) $m = 4; n = 2$
c) $m = 1; n = 4$ d) $m = 3; n = 2$

10. Si: $2x^2 + 5x - 1 \equiv (Ax + B)(x - 1) + C(x^2 + x + 1)$ Calcular: $A + B + C$

- a) 1 b) 3 c) 4 **d) 5**

11. Si: $f(x) = x$

Además: $f[R(x) + S(x)] = 2(2x + 3)$

$$f[R(x) - 2S(x)] = 4\left(\frac{x}{4} + 3\right)$$

Determinar: $R[S(2)]$

- a) 12 b) 16 c) 6 **d) 8**

12. Indicar si las afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

I) Un polinomio completo siempre es ordenado.

II) Un polinomio completo de grado "n" posee (n+1) términos.

III) Un polinomio puede tener grado negativo.

IV) El grado de toda constante siempre es cero.

- A) FV FV** B) FF VV C) VFFF D) FFFV

13. Durante los cuatro primeros meses del año 2025, el ahorro mensual, en soles, de Alfredo, fue calculado por el polinomio cuadrático $P(t)$, donde t es el número de mes en que ahorra. Se sabe que, en el primer mes, ahorró 800 soles; en el segundo, 400 soles más que el mes anterior y en el tercer mes ahorró 1000 soles ¿Cuánto ahorró Alfredo en el cuarto mes de este año?

- A) S/ 210 **B) S/ 200** C) S/ 190 D) S/ 156

14. Dado la expresión A tal que: $A(x + 1) = A(x) + 1$.

Calcule el valor de: $A(5) - A(2)$

- A) 7 B) 6 C) 3 **D) 5**

15. Dado el siguiente polinomio de segundo grado y a su vez es mónico: $P(x) = (b + n) + (a - n)x + (a - 3)xn$, con término de grado cero igual 7.

Determine $a + b + n$.

- A) 14 B) 16 C) 12 **D) 11**

16. Si $P(x) = (m-2)x^3 + x^n + (m-3)x + m$ es un polinomio cuadrático, determine la suma de coeficientes de $P(x)$ aumentado en n .

- A) 9 **B) 4** C) 2 D) 6

17. Si el polinomio: $P(x; y) = 5x^{2m+n-4}y^{m+n+2} + 3x^{n+2m-3}$ se cumple que:

$GR(x) - GR(y) = 6$; *grado absoluto* = 39. Calcule: $m - n$

- a) 7** b) 6 c) 4 d) 8

18. Si el polinomio: $P(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 6$, es opuesto al polinomio que se muestra $Q(x) = Ax^3 + (B - 1)x^2 + (C - 3)x + (D + 4)$

Entonces el valor de: $\sqrt{(A + B + C)x D^2}$, es:

- a) 2 b) 3 c) 4 **d) 2**

Siempre seremos PROYECTO PIÑA

EL LIBRO COMPLETO LO PUEDES ADQUIRIR
EN SEDES PROYECTO PIÑA- WhatsApp
900894461