



PROYECTO PIÑA

PRE - UNIVERSITARIA

MATEMÁTICA

**OPERACIONES ADICIÓN, SUSTRACCIÓN,
MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE
POLINOMIOS**

ACADEMIAS PROYECTO PIÑA

TEMA: ADICIÓN, SUSTRACCIÓN, MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

01. Sean los polinomios: $P(x) = 3x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x - 1$ y $Q(x) = 12x^3 + 3x + 2$

Determine: $3P(x) + Q(x) - 6x^2$ y dar como respuesta la suma de los coeficientes.

- a) 4 b) 12 c) 6 **d) 8**

Solución:

$$\text{Sea: } 3P(x) = 3(3x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x - 1) = 9x^4 - 12x^3 + 6x^2 - 3x - 3$$

$$\text{Ahora: } 3P(x) + Q(x) - 6x^2$$

$$\begin{array}{r} 9x^4 - 12x^3 + 6x^2 - 3x - 3 \\ 12x^3 \qquad \qquad + 3x + 2 \\ -6x^2 \\ \hline 9x^4 + 0 \quad + 0 \quad + 0 \quad - 1 = 9x^4 - 1 \end{array}$$

El polinomio resultante es: $9x^4 - 1$, la suma de coeficientes:

$$9 - 1 = 8 \quad \text{Rpta. d}$$

02. Si: $P(x; y) = 12xy + 24x^2y - 16xy^2$ y sea: $= -10xy - 20x^2y + 12xy^2$

Sea: $R(x; y) = P(x; y) + Q(x; y)$. Determine: $R(-1; 2)$

- a) 10 **b) 20** c) 30 d) 40

Solución:

$$\text{Siendo: } R(x; y) = P(x; y) + Q(x; y)$$

$$\begin{array}{r} R(x; y) = 12xy + 24x^2y - 16xy^2 \\ -10xy - 20x^2y + 12xy^2 \\ \hline 2xy + 4x^2y - 4xy^2 \end{array}$$

$$\text{Tenemos entonces: } R(x; y) = 2xy + 4x^2y - 4xy^2$$

$$\text{Nos piden: } R(-1; 2) = 2(-1)(2) + 4(-1)^2(2) - 4(-1)(2)^2$$

$$R(-1; 2) = -4 + 8 + 16 = 20 \quad \text{Rpta. b}$$

03. Se tiene que:

$$P(x; y) + Q(x; y) = 12xy - 3x^2y^2 + 2 \text{ y } P(x; y) - Q(x; y) = 2xy - x^2y^2 + 6$$

Determine: $P(1; 1)$

- a) -1 b) -2 c) -3 **d) -5**

Solución:

$$\begin{array}{r} P(x; y) + Q(x; y) = 12xy - 3x^2y^2 + 2 \\ P(x; y) - Q(x; y) = 2xy - x^2y^2 + 6 \\ \hline 2P(x; y) = 14xy - 4x^2y^2 + 8 \\ P(x; y) = 7xy - 2x^2y^2 + 4 \end{array}$$

Nos piden:

$$P(-1; 1) = 7(-1)(1) - 2(-1)^2(1)^2 + 4 = -7 - 2 + 4 = -5 \quad \text{Rpta. d}$$

04. ¿Cuál debe ser el valor de “n” para que al dividir $P(x)$ entre $Q(x)$ nos de una división exacta? $P(x) = 6x^2 - 13x + n$ y $Q(x) = x - 2$

- a) 1 **b) 2** c) 3 d) 4

Solución:

El divisor es de primer grado e igualamos a cero:

$$Q(x) = x - 2 \rightarrow x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$

Reemplazamos ese valor de “x” en el dividendo, si la división es exacta el residuo es cero:

$$\text{Residuo} = 6(2)^2 - 13(2) + n$$

$$0 = 24 - 26 + n$$

$$0 = -2 + n$$

$$\text{de donde: } n = 2 \quad \text{Rpta. b}$$

05. ¿Cuál debe ser el valor de “n” para que al dividir $P(x)$ entre $Q(x)$ nos de una división cuyo residuo es 242? $P(x) = 4x^3 - 2x^2 + nx + 2$ y $Q(x) = x - 4$

- a) 1 b) 2 c) 3 **d) 4**

Solución:

El divisor es de primer grado e igualamos a cero:

$$Q(x) = x - 4 \rightarrow x - 4 = 0 \rightarrow x = 4$$

Reemplazamos ese valor de “x” en el dividendo, no olvide que el residuo es 242:

$$\text{Residuo} = 4x^3 - 2x^2 + nx + 2$$

$$242 = 4(4)^3 - 2(4)^2 + n(4) + 2$$

$$242 = 256 - 32 + 4n + 2$$

$$242 = 226 + 4n$$

$$242 - 226 = 4n$$

$$16 = 4n$$

$$\text{de donde: } n = 4 \quad \text{Rpta. d}$$

06. ¿Cuál es el resto de dividir?

$$\frac{9x^{91} - x^{92} + 12}{x - 9}$$

a) 12

b) 14

c) 16

d) 8

Solución:

Aplicamos teorema del residuo: $x - 9 = 0 \rightarrow x = 9$

Calculamos el residuo: $R = 9x^{91} - x^{92} + 12$

$$R = 9(9)^{91} - (9)^{92} + 12$$

$$R = 9^{92} - 9^{92} + 12$$

$$R = 12 \quad \text{Rpta. a}$$

07. ¿Cuál es el resto de dividir?

$$\frac{12x^6 - 10x^4 - 600}{x - 2}$$

a) 12

b) 14

c) 6

d) 8

Solución:

Aplicamos teorema del residuo: $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$

Calculamos el residuo: $R = 12(2)^6 - 10(2)^4 - 600$

$$R = 768 - 160 - 600$$

$$R = 8 \quad \text{Rpta. d}$$

08. Resolver: $(x - 1)(x + 2) - (x - 4)(x - 1) + 12$, dar como respuesta la suma de los coeficientes del resultado.

a) 12

b) 14

c) 16

d) 8

Solución:

$$\begin{aligned} (x - 1)(x + 2) - (x - 4)(x - 1) + 12 &= \\ x^2 + 2x - x - 2 - (x^2 - x - 4x + 4) + 12 &= \\ x^2 + x - 2 - (x^2 - 5x + 4) + 12 &= \\ x^2 + x - 2 - x^2 + 5x - 4 + 12 &= 6x + 6 \end{aligned}$$

El resultado es $6x + 6$, la suma de coeficientes es: $6 + 6 = 12$ Rpta. a

09. Resolver: $(x^2 + 2x + 4)(x^2 + 2x - 4) - (x^2 + 2x + 1)(x^2 + 2x - 1)$

a) -12

b) -13

c) -14

d) -15

Solución:

$$\text{Resolvemos: } (x^2 + 2x + 4)(x^2 + 2x - 4) - (x^2 + 2x + 1)(x^2 + 2x - 1)$$

$$\text{Sea: } x^2 + 2x = a$$

$$(a + 4)(a - 4) - (a + 1)(a - 1) = a^2 - 4^2 - (a^2 - 1^2) =$$

$$a^2 - 16 - a^2 + 1 = -15 \quad \text{Rpta. d}$$

10. Resolver:

$$(x-2)^2 - (x-1)^2 + (x+3)^2 - (x+1)^2 - 2x$$

a) 6 b) 12 c) 16 **d) 11**

Solución:

No olvide: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$\begin{aligned} \therefore (x-2)^2 - (x-1)^2 + (x+3)^2 - (x+1)^2 - 2x &= \\ x^2 - 2(x)(2) + 2^2 - (x^2 - 2(x)(1) + 1^2) + x^2 + 2(x)(3) + 3^2 - (x^2 + 2(x)(1) + 1^2) &- 2x = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 4 - (x^2 - 2x + 1) + x^2 + 6x + 9 - (x^2 + 2x + 1) - 2x &= \\ x^2 - 4x + 4 - x^2 + 2x - 1 + x^2 + 6x + 9 - x^2 - 2x - 1 - 2x &= 11 \quad \text{Rpta. d} \end{aligned}$$

NOTA: Cuando hay este tipo de problemas TIPO EXAMEN DE ADMISIÓN y las alternativas son números, puede llegarse a la respuesta asumiendo que: $x = 0$

$$\begin{aligned} (0-2)^2 - (0-1)^2 + (0+3)^2 - (0+1)^2 - 2(0) &= \\ 4 - 1 + 9 - 1 - 0 &= 11 \quad \text{Rpta. d} \end{aligned}$$

RAIZ CUADRADA DE UN POLINOMIO

11. Determinar la raíz cuadrada de: $4x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 2x + 1$ y dar como respuesta la suma de los coeficientes de dicha raíz:

a) 4 b) 6 c) 8 d) 10

Solución:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{4x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 2x + 1} & 2x^2 + x + 1 \\ -4x^4 & 2x^2 \\ \hline 0 + 4x^3 + 5x^2 & 2(2x^2) + x \cdot x \\ -4x^3 - x^2 & 2(2x^2 + 2x + 1) \cdot 1 \\ \hline 4x^2 + 2x + 1 & \\ -4x^2 - 2x - 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

La suma de coeficientes de dicha raíz es: $2 + 1 + 1 = 4$ Rpta. a

TÉRMINOS SEMEJANTES

12. Si el siguiente polinomio, se reduce a un solo término. Hallar: $a + b$

$$P(x; y) = 2x^{2a-4}y^2 - 3x^{a+6}y^{2b-8}$$

a) 15 b) 16 c) 12 d) 17

Solución:

Si el polinomio se reduce a un solo término entonces tiene términos semejantes, por lo que:

$$\begin{aligned} x^{2a-4} &= x^{a+6} \\ 2a - 4 &= a + 6 \\ 2a - a &= 6 + 4 \\ a &= 10 \end{aligned}$$

$$y^2 = y^{2b-8}$$

$$2 = 2b - 8$$

$$2 + 8 = 2b$$

$$10 = 2b$$

De donde: $b = 5$

Por lo que: $a + b = 10 + 5 = 15$ Rpta. a

(*) MÉTODO DE DIVISIÓN SINTÉTICA POR HORNER:

Es aplicable a polinomios de cualquier grado.

Se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- ✓ El dividendo y el divisor deben ser polinomios ordenados en forma decreciente y completos, respecto a una misma variable.
- ✓ Se completará con ceros los términos faltantes en el dividendo y divisor, en caso, sea necesario.
- ✓ La línea vertical que separa el cociente del residuo, se obtiene, contando de derecha a izquierda, tantas columnas como sea el grado del divisor.
- ✓ El resultado de cada columna se divide por el coeficiente principal del divisor y este nuevo resultado se multiplica por los demás coeficientes del divisor (que previamente han sido cambiados de signo)

13. Determine la suma de los coeficientes del residuo de dividir:

$$\frac{25x^5 - x^2 + 4x^3 - 5x^4 + 8}{3 + 5x^2 + 2x}$$

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

Solución:

$$\frac{25x^5 - 5x^4 + 4x^3 - x^2 + 0x + 8}{5x^2 + 2x + 3}$$

÷	5	25	-5	4	-1	0	8
-2			-10	-15			
			-15	6	9		
-3				-5	2	3	
					10	-4	-6
		5	-3	-1	2	-1	2
		cociente				residuo	

$$\text{Cociente} = 5x^3 - 3x^2 - x + 2$$

$$\text{Residuo} = -x + 2 \quad \text{Nos piden la suma de coeficientes del residuo:}$$

$$-1 + 2 = 1$$

Rpta. a

14. Si: $\frac{x^4 + 3x^3 - 5x^2 + mx - n}{x^2 + x - 2}$

Si el numerador es divisible entre el denominador ¿Qué valor tiene $m - n$?

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

Solución:

$$x^4 + 3x^3 - 5x^2 + mx - n \rightarrow \text{coeficientes: } 1; 3; -5; m; -n$$

$$x^2 + x - 2 \rightarrow \text{Coeficientes: } 1; 1; -2$$

1	1	3	-5	m	-n
-1		<u>-1</u>	2		
		2	<u>-2</u>	4	
2			-5	5	-10
	1	2	-5	m + 9	-n - 10

Si el dividendo es divisible por el divisor; entonces, el residuo es cero

$$(R = 0)$$

$$m + 9 = 0 \rightarrow m = -9$$

$$-n - 10 = 0 \rightarrow n = -10$$

$$\text{Entonces: } m - n = -9 - (-10) = -9 + 10 = 1 \quad \text{Rpta. d}$$

HORNER INVERSO:

15. Hallar "A+B" si la división siguiente es exacta:

$$\frac{Ax^4 + Bx^3 + 11x^2 - 3x + 5}{2x^2 - x + 1}$$

a) 7

b) 8

c) 9

d) 10

Solución:

Aplicamos **MÉTODO DE HORNER INVERTIDO:**

1	5	-3	11	B	A
1		<u>5</u>	-10		
		2	<u>2</u>	-4	
-2			3	3	-6
	5	2	3	B - 1	A - 6
	cociente			residuo	

Como la división es exacta, el residuo es cero: $R=0$

$$B - 1 = 0 \rightarrow B = 1$$

$$A - 6 = 0 \rightarrow A = 6$$

De donde: $A + B = 6 + 1 = 7$ Rpta. a

ACADEMIAS PROYECTO PIÑA- OPERACIONES CON POLINOMIOS -

PROBLEMAS PROPUESTOS-

01. Determina el valor de "n"; si el residuo de dividir:

$4x^4 - 2x^2 - n$ entre $x - 2$, es 10:

- a) 42 **b) 46** c) 47 d) 48

02. Hallar el residuo de dividir: $3x^2 - 2x^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{2}} + 4$ entre $(x^{\frac{1}{2}} - 2)$

- a) 32 **b) 34** c) 36 d) 38

03. Para que valor de "n" el polinomio: $P(x) = 2x^4 - 5x^3 + nx + 6$ Es divisible por $(x + 1)$.

- a) 13** b) 14 c) 15 d) 16

04. Hallar el resto en:

$$\frac{x^{531} - 5x^{530} + 9}{x - 5}$$

- a) 9** b) 7 c) 3 d) 8

05 El residuo de la división de: $\frac{2x^5 + 7x^4 - 50x^3 - 173x^2 - 22x + 60}{x^2 - 2x - 15}$

Es:

- a) $2x - 1$ b) 1 c) $2x + 1$ **d) 0**

06. Hallar "n" si la división deja como resto $4x + 3$

$$\frac{6x^4 + 22x^3 + 53x^2 + 63x + n}{2x^2 + 4x + 7}$$

- a) 32 **b) 45** c) 41 d) 22

07. Se tienen los polinomios $Q(x)$ y $P(x)$

• $Q(x) + P(x) = 2x^2 - 8x - 4$

• $Q(x) - P(x) = 4x + 2$

Determina: $Q(1) + P(-1)$

- a) 1 **b) 2** c) 3 d) 4

08. Si la suma de dos polinomios es $(4x^2 - 2x + 4)$ y la diferencia de ellos es $(2x^2 - 2)$, ¿Cuál será el coeficiente principal del producto de estos polinomios?

- a) 6 **b) 3** c) 5 d) 4

09. Dados los polinomios:

$$A \equiv 3x^5 + 2x^4 + 6x + 16$$

$$B \equiv -10x^4 + 2x^3 - 5x + 4$$

$$C \equiv 2x^5 + 8x^4 + x^3 + 12$$

Calcular: $A + B - C$

a) $x^5 + x^3 + x + 8$

b) $x^5 - x^3 + x + 8$

c) $x^5 + x^3 - x + 8$

d) $x^5 + x^3 + x - 8$

10. Si: $9x^4 + 5x + 3x^3 - 4x^2 + 6 \equiv A + 8x^4 + 4x^3 - 8 - 4x^2 + 4x$.

Hallar el polinomio A

a) $A \equiv x^4 - x^3 + x + 14$

b) $A \equiv 2x^4 - x^3 + x + 14$

c) $A \equiv 3x^4 - x^3 + x + 14$

d) $A \equiv x^4 - x^3 + x - 14$

11. ¿Cuánto le falta a $7x^3 + 3x - 8x^2 + 4$, para ser igual a $4x + 10x^2 + 7x^3 - 5$?

a) $P(x) = 18x^2 + x - 9$

b) $P(x) = 18x^2 - x + 9$

c) $P(x) = 18x^2 - x - 9$

d) $P(x) = 18x^2 + x + 9$

12. Efectuar: $(2x + 5)(3x + 4)$. El resultado restar de: $6x^2 + 23x + 27$

a) 7

b) 8

c) 9

d) 10

MODELO PROBLEMA para resolver los problemas 13, 14 y 15

(*) Del sistema siguiente:

$$(m + x)(n + x) = 6 + x^2$$

$$(m - x)(n - x) = 8 + x^2$$

Determinar "mn":

a) 2

b) 7

c) 4

d) 5

Solución:

Multiplicamos: $mn + mx + nx + x^2 = 6 + x^2$

$$mn - mx - nx + x^2 = 8 + x^2$$

$$\hline 2mn + 2x^2 = 14 + 2x^2$$

$$2mn = 14$$

$$mn = 7 \quad \text{Rpta. b}$$

13. Del sistema siguiente:

$$(x + w)(y + w) = 2 + w^2$$

$$(x - w)(y - w) = 4 + w^2$$

Determinar “ xy ”:

- a) 2 **b) 3** c) 4 d) 5

14. Calcular “ $2xy$ ” en el sistema:

$$(x + 2)(y + 2) = 6 + 2\sqrt{2}$$

$$(x - 2)(y - 2) = 2 + 2\sqrt{2}$$

- a) $4\sqrt{2}$** b) $1 + \sqrt{2}$ c) $2\sqrt{2}$ d) $8\sqrt{2}$

15. Del sistema siguiente:

$$(m + x)(n + x) = 12 + x^2$$

$$(m - x)(n - x) = 6 + x^2$$

Determinar “ mn ”:

- a) 2 **b) 9** c) 4 d) 5

16. Hallar el resto de:

$$\frac{(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) + x^2 - 4}{x^2 + 5x - 1}$$

- a) $-5x + 32$** b) 7 c) $2x - 7$ d) $-5x + 3$

17. Si la división:

$$\frac{bx^4 - bx^3 + 91x - 19a}{x^2 - 5x + 1}$$

Es exacta. Hallar el valor de: $ab + 3$

- a) 1 **b) 2** c) 3 d) 4

18. Si la siguiente división es exacta:

$$\frac{x^4 + 3x^3 - 5x^2 + mx + n}{x^2 + x - 2}$$

Hallar el valor de “ $-n + 10$ ”

- a) 10 **b) 20** c) 30 d) 40

19. En el siguiente esquema de división:

1	2	4	5	c	7
-1		b	-4		
a			-2	-4	
				1	2
	2	2	d	3	9

Hallar el resultado de $\sqrt{a + b + c + d + 15}$

- a) 2 b) 3 **c) 4** d) 5

20. Si la siguiente división es exacta:

$$\frac{Ax^4 + Dx^3 + Cx + D}{Dx^3 + E}$$

Se cumple la siguiente relación entre los coeficientes de la división:

a) $AD - EC = 0$ b) $AC - D = 0$ c) $D + A = E + C$ d) $A + C = D$

21. Hallar la suma de los coeficientes del residuo de la siguiente división:

$$\frac{x^7 + x^5 + x^3 + 2x - 3}{x^3 - 3}$$

a) 12 b) 13 c) 14 d) 15

22. Hallar la suma de los coeficientes del residuo de la siguiente división:

$$\frac{(x+2)^{2n} + x^2 + 5}{(x+1)(x+3)}$$

a) -1 b) -2 c) -3 d) -4

23. Si el resto de la división:

$$\frac{mx^{78} - 2x^{28} + 4x^6 - 3x^3 + 7x^2 - 5x + 1}{x^4 + 1}$$

Carece del término de segundo grado, calcule el valor de: $\sqrt{m+31}$

a) 4 b) 5 c) 6 d) 8

24. Al dividir:

$$\frac{3(x+1)^{15} - (x+1)^8 + 2}{x^2 + 2x + 2}$$

Se obtiene como residuo $-mx - n$. Determine el valor de: $\sqrt{m+n+11}$

a) 4 b) 6 c) 12 d) 5

25. Si la siguiente división es exacta:

$$\frac{(-x)^4 + 7(-x)^2 - m(-x) - (-16)}{x - (-2)}$$

Calcular el valor de $\sqrt{m+19}$

a) 6 b) 7 c) 9 d) 8

Siempre seremos PROYECTO PIÑA